

## Ασκήσεις

1) Έστω συνάρτηση  $f : A \rightarrow R$  γνησίως αύξουσα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Η συνάρτηση  $-f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $A$ .

β) Η συνάρτηση  $\lambda f$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}^*$ , είναι:

ι) γν. αύξουσα στο  $A$  αν  $\lambda > 0$ .

ιι) γν. φθίνουσα στο  $A$  αν  $\lambda < 0$ .

γ) Η συνάρτηση  $\frac{1}{f}$  είναι:

ι) γν. φθίνουσα στο  $A$  αν  $f(x) > 0, \forall x \in A$

ιι) γν. φθίνουσα στο  $A$  αν  $f(x) < 0, \forall x \in A$

2) Έστω οι συναρτήσεις  $f, g : A \rightarrow R$  γνησίως μονότονες στο σύνολο  $A$ .

Να αποδείξετε ότι:

α) αν  $f : \uparrow$  και  $g : \uparrow \Rightarrow f + g : \uparrow$

β) αν  $f : \downarrow$  και  $g : \downarrow \Rightarrow f + g : \downarrow$

γ) αν  $f : \uparrow$  και  $g : \downarrow \Rightarrow f - g : \uparrow$  και  $g - f : \downarrow$

3) Έστω οι συναρτήσεις  $f, g : A \rightarrow R$  γνησίως μονότονες στο σύνολο  $A$ ,

με  $f(x) > 0 \wedge g(x) > 0 \forall x \in A$

Να αποδείξετε ότι:

α) αν  $f : \uparrow$  και  $g : \uparrow \Rightarrow f \cdot g : \uparrow$  και  $f^2 : \uparrow$

β) αν  $f : \downarrow$  και  $g : \downarrow \Rightarrow f \cdot g : \downarrow$  και  $f^2 : \downarrow$

γ) αν  $f : \uparrow$  και  $g : \downarrow \Rightarrow \frac{f}{g} : \uparrow$

4) Έστω οι συναρτήσεις  $f, g : A \rightarrow R$  γνησίως μονότονες στο σύνολο  $A$ ,

με  $f(x) < 0 \wedge g(x) < 0 \forall x \in A$

Να αποδείξετε ότι:

α) αν  $f : \uparrow$  και  $g : \uparrow \Rightarrow f \cdot g : \downarrow$  και  $f^2 : \downarrow$

β) αν  $f : \downarrow$  και  $g : \downarrow \Rightarrow f \cdot g : \uparrow$  και  $f^2 : \uparrow$

5) Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g : R \rightarrow R$  γνησίως μονότονες.

Να αποδείξετε τις παρακάτω συνεπαγωγές

α) αν  $f : \uparrow$  και  $g : \uparrow \Rightarrow f \circ g : \uparrow$  και  $g \circ f : \uparrow$

β) αν  $f : \downarrow$  και  $g : \downarrow \Rightarrow f \circ g : \uparrow$  και  $g \circ f : \uparrow$

γ) αν  $f : \uparrow$  και  $g : \downarrow \Rightarrow f \circ g : \downarrow$  και  $g \circ f : \downarrow$

δ) αν  $f : \downarrow$  και  $g : \uparrow \Rightarrow f \circ g : \downarrow$  και  $g \circ f : \downarrow$

ε) αν  $f : \uparrow$  και  $g : \downarrow \Rightarrow f \circ f : \uparrow$  και  $g \circ g : \uparrow$